

中华人民共和国教育部 主管
北京师范大学 主办
北京师范大学出版集团 承办



2019 · 12

下半月刊 总第318期

教育部优秀科技期刊
教育类中文核心期刊(2000年版)

高中数理化

卢嘉锡题



邮发代号: 82-656

一元三次函数图象对称性的推广
复数三角不等式的证明与应用
万有引力定律问题归类分析
“无意义面积”的转化和应用
依托信息加工,打造高中化学高效课堂
例谈自制教具在化学实验中的几点应用

高中数理化

2019/12 下 (总第 318 期)

中华人民共和国教育部 主管
北京师范大学 主办
北京师范大学出版集团 承办

编委会委员 (以姓氏笔画为序)
丁益祥 刘文彪 陈浩元 陈雄
张鹤 郑克强 孟卫东

北京师范大学出版集团期刊社
社长:姜钰
副社长:曹巍 陈雄
综合办公室:谭苗苗 翟冰冰 颜贺华

《高中数理化》杂志

主编:刘文彪

编辑部主任:范林

编辑部:曾慧楠 李彦玲 于亚娜

出版:北京师范大学出版社
(集团)有限公司

编辑:《高中数理化》编辑部

地址:北京师范大学科技楼 A 区 220 室

电话:010-58807851

网址:www.51gaokao.cn

投稿邮箱:tougao2006@sina.com(上半月)

gzslh2010@163.com(下半月)

刊号:CN11-3866/G4
ISSN1007-8312

国内总发行:北京报刊发行局

邮发代号:82-656

订阅处:全国各地邮局

出版日期:上半月每月 1 日

下半月每月 15 日


定价:12.00 元/期

开户名称:北京师范大学出版社(集团)
有限公司

开户行:北京农村商业银行北太平庄支行

账号:1705000103000008445

印刷:北京京师印务有限公司

网络合作伙伴  新浪考试
www.sina.com.cn

中国人民大学“复印报刊资料”重要转载来源期刊
《中国期刊网》《中国学术期刊》(光盘版)全文收录期刊
中国学术期刊综合评价数据库来源期刊
万方数据—数字化期刊群收录期刊
超星期刊出版平台收录期刊

目次

高考·自招

·高考风向标

核心素养视角下高考数列命题探析 / 李明建 1

·名师工作坊

一元三次函数图象对称性的推广 / 甘志国 2

知识·方法

·学海导航

复数三角不等式的证明与应用 / 周进花 4

复合命题中的参数问题 / 赵百利 任素巧 5

对 2019 年全国理综卷 II 物理第 19 题的思考 / 何仕乾 36

对倾斜传送带问题的深入思考 / 李英云 37

高中物理电磁学解题方法总结 / 滕现廷 38

万有引力定律问题归类分析 / 严伟 39

浅谈晶体结构问题的解决策略 / 王雷 59

化学反应速率变化的几种影响因素浅析 / 刘志明 60

·点点突破

多思维妙解平面向量题——2018 年复旦大学自主招生 6

平面向量问题的解答 / 代德才 6

巧变形,妙求解——一道代数式最值问题的破解 / 乔俊娥 7

翻折与轨迹的完美结合 8

——一道立体几何轨迹题的破解 / 杨璐 8

多维视角解三角形 9

——以 2018 年全国卷 I 理科第 17 题为例 / 朱琳琳 9

巧分类,妙分离——含参的一元二次不等式问题 10

求解策略 / 管成芳 王鹿 10

二元函数最值问题巧破解——一道 2019 年浙大自主 11

招生试题的剖析 / 张辉 11

导数背景下的不等式成立问题 / 苏义富 12

三思而后行,更上一层楼 13

——关于一道椭圆问题的思考 / 尹平 13

巧用微元法解答高中物理问题 / 林文枢 41

动量知识在不同情境下的应用分析 / 董永波 42

拙谈物理力学竞赛题中二次曲线轨迹问题的处理 / 张林华 44

“无意义面积”的转化和应用 / 孙庆山 吕建亮 45

立体电场中电势叠加问题的分析方法 / 李金保 46

高考中化学开放性试题解题分析 / 陈再来 61

关于有机物分子中不饱和度的探究 / 程瑞生 62

·技巧聚焦

解析高中数学解题思路中的联想方法 / 徐红兵 15

类比思想在高中数学教学中的应用 / 王利 16

构造法在高中数学中的应用研究 / 逢锦亮 17

例谈高中数学数列问题的求解方法 / 陈灵芝 18

虚虚实实,化解“超越方程” / 傅进熹 19

圆锥曲线中求多边形面积的三种处理策略 / 邓超群 20

论方程的根、函数的零点和图象 21

交点之间的转化 / 仝德明 杜西英 21

漫谈函数的对称性 / 王庆来 24



前沿·观点

·聚焦新课程

用学生提出的物理问题去解决学生的物理困惑

——研究物理实验教学,培养物理学科核心素养 / 蔡明栋 47

跨学科教学对培养学生核心素养的可行性研究

——以双师模式为例 / 佟佳坤 张勇 49



教学·课堂

·课堂扫描

高中生数学建模能力的培养 / 李晶晶 颜宝平 田永丽 25

基于核心素养视角下的高中数学“习题型微课”的教学实践 /

田建房 27

提升数列教学有效性的思考 / 张清琦 28

基于高中物理习题教学有效性的解题方法研究 /

李彬 连培惠 51

信息技术在高中物理电磁学教学中的应用探索 / 董衍成 52

分层教学在高中物理教学中的应用研究 / 陈巧云 53

相对运动思维在直线运动中的应用 / 王洪斐 祝国振 54

建构化学观念,提升中学生核心素养 / 王亚玲 63

绿色化视野下的高中化学探究性实验的研究 / 胡一锤 64

浅谈高效课堂的“情境化教学” / 李湛 65

核心素养背景下高中化学课堂教学的策略 / 王世双 66

依托信息加工,打造高中化学高效课堂 / 董汉梅 67

·备课助手

“整合课”到底应该怎么上

——浅谈信息技术与高中数学课程资源的整合 / 刘小兵 30

高中数学问题解决教学模式研究 / 周海侠 31

高中数学教学中示错情境研究 / 邱永成 32

高中数学课堂教学的有效策略探讨 / 钱德周 康金慧 33

高中数学课堂中探究性学习的困惑分析 / 何文权 35

高一物理学困生转化的方法及实例探讨 / 林维 55

高中物理解题中常用思维培养策略 / 邱耀奇 56

“启发探究式”教学在高中化学实验教学中的应用 / 杨永跃 57

高中化学生活化教学的应用探索与案例设计研究 / 马子阳 68

化学教学中创造的几个新“成语” / 门英倩 69

以素养为本的课堂教学方式转变探析

——以“二氧化硫的性质和作用”教学为例 / 孟凤英 焦延世 70

做好元素推断题教学 提升学生推断能力 / 张奇广 蒋永莹 71

立足核心素养,开展化学实验课外活动 / 李逢龙 72

高中化学核心素养的建构视角分析 / 赵景英 73

探究式学习在高中化学教学中的应用策略 / 刘喜 74

二轮专题复习中化学计算的处理策略

——以滴定计算为例 / 范林 75



实验·创新

·实验室

中学常见有毒气体化学实验的改进与创新 / 汪结义 廖立平 77

例谈自制教具在化学实验中的几点应用 / 李祥艾 78

《高中数理化》

有料 有方法

部分特邀编委名单

任子朝	教育部考试中心
李家煜	四川省成都树德中学
李润良	湖南省曾国藩实验学校
童嘉森	北京市第八十中学
任勇	福建省厦门市教育局
朱恒元	浙江省义乌中学
王芝平	北京宏志中学
申祝平	陕西师大附中
金钟植	广东省广州市白云中学
甘大旺	浙江宁波北仑明港中学
沈新权	浙江嘉兴第一中学
黄仁寿	湖南省教科院
丁益祥	北京陈经纶中学
朱丽萍	安徽省霍邱县第一中学
杨仁宽	广东省广州市从化中学
王雪芹	北京师范大学第二附属中学
余智敏	湖北省武汉市第十二中学
袁长林	广东省珠海市第一中学
孟卫东	清华大学附属中学
赵坚	昆明市五华区基础教育科学研究中心
王莉萍	北京师范大学附属中学
彭梦华	北京师范大学第二附属中学
曾军良	北京实验学校
周兆富	广东佛山教研室
宋连义	曲阜师范大学附属中学
苏明义	北京海淀教师进修学校
冯占余	甘肃省高台县第一中学
于永建	河南省郑州市第二外国语学校
肖永良	湖南省衡阳县第一中学
蒋天林	江苏省六合高级中学
罗倩敏	北京市第十八中学
孟繁伟	辽宁省大连第三十六中学
闫俊仁	山西省忻州市一中
刘英琦	广东省深圳第二外国语学校
陶秀梅	北京市第十八中学
王维德	云南省昆明市石林一中
王春	北京教育学院
商晓芹	北京一零一中
杨明生	安徽省霍邱县第一中学
郑克强	北京市东城区教师研修中心
张英锋	河北省秦皇岛市第一中学
周业虹	人民教育出版社
李其斌	广西师大附中
袁廷新	人大附中朝阳学校



提升数列教学有效性的思考

◇ 福建 张清琦

数列是高中数学的核心内容之一,也是高考的重点考查内容,高考着重考查学生对数列中的定义、公式、性质的掌握与应用,同时涉及求解数列问题通性通法的理解与应用.从提高教学有效性的角度思考,笔者认为以下几个方面需引起重视.

1 善用类比,架起知识的桥梁

波利亚说过:“类比是一个伟大的引路人.”在数列教学中要善用类比,以旧带新,助力学生推理素养的养成,提升教学效率.如学习等比数列,可引导学生利用学习等差数列的方法得到等比数列的相关知识,在教学中通过投影等方式给出等差数列的相关知识与学习方法,让学生探究等比数列的相关内容,如给出表1,让学生思考.

表 1

	等差数列	等比数列
定义	$a_n - a_{n-1} = d (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$	1)你能给出等比数列的定义吗? 2)与等差数列比较你觉得需注意什么吗? a_n, q 有限制吗?
等差(比)中项	a, A, b 成等差数列 $\Leftrightarrow 2A = a + b$	能给出对应的结论吗?会是等价的吗?
通项公式	1)公式: $a_n = a_1 + (n-1)d$ 2)推导方法:归纳推导或累加法	你能类比等差数列推导方法探索等比数列的通项公式吗?
前 n 项和公式	1)公式: $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ 2)推导方法:倒序相加	1)能利用等差数列的方法来推导 S_n 吗? 2)阅读课本推导方法,体会它的步骤和需注意的地方.

当然,类比只是学习新知识的手段,通过类比搭建知识的桥梁并掌握新知识蕴含的方法与思想才是目的.在数列学习中,类比不仅仅是形式的类比,核心在于方法和思想的类比,如利用求等差数列通项公式的累加法类比求等比数列通项公式的累乘法,累加为什么变成累乘?这样类比的作用又是什么?又如求数列前 n 项和 S_n 的方法——裂项相消与错位相减,要引导学生对比通项特征、解题步骤、使用目的等方面,这样才能使学生知其然更知其所以然.

2 重视通项与前 n 项和 S_n 关系的理解与运用

相信在教学中每位教师都会花较大精力来讲解 $a_n = \begin{cases} S_1, & n=1, \\ S_n - S_{n-1}, & n \geq 2 \end{cases}$ 这一公式,但笔者在教学听评课等活动中发现,多数教师对 a_n 与 S_n 的关系只关注了两点,即对 $n=1, n \geq 2$ 先分类再判断两类结果能否统一;利用 S_n 的关系式求解 a_n .这部分内容是教学的一个重点也是各类考试的一个重要考查方向,还有两个方面笔者认为需要更深入思考与探究.

1) 公式的生成以及本质

人教版《必修5》第二章中给出数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 定义:一般地,我们称 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ,即 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$.在教学中,可以接着提问: S_1, S_2, S_3, S_4 分别怎么表示?后一个减前一个能得到什么? S_{n-1}, S_{n+1} 可以怎么表示? $S_n - S_{n-1}, S_{n+1} - S_n$ 又能得到什么结果?由 $S_n - S_{n-1}$ 能得到数列 $\{a_n\}$ 中的每一项吗?通过解答问题串学生可以自主推出公式 $a_n = \begin{cases} S_1, & n=1, \\ S_n - S_{n-1}, & n \geq 2. \end{cases}$ 在此过程中,学生理解了公式的

生成过程,明白了为什么要对 $n=1$ 和 $n \geq 2$ 分类,同时也更透彻地理解了利用 S_n 的关系式求解 a_n 的步骤,并且对 $n \geq 2$ 时 $S_n - S_{n-1} = a_n$,而不是 $S_n - S_{n-1} = a_{n+1}$ 等易错点也就有了深刻的领会.若能更进一步问: $S_3 - S_1, S_4 - S_2, S_4 - S_1, S_{n+1} - S_{n-1}, \dots$,分别能得到什么结果?相信学生会对 a_n 与 S_n 的关系有更深层次的理解.

2) 公式的灵活运用

在公式的运用中,除了必须强化由 S_n 求解 a_n 外,对公式本身蕴含的思想的运用也有重要意义.

例 1 (2017 年全国卷 I) 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,已知 $S_2 = 2, S_3 = -6$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求 S_n ,并判断 S_{n+1}, S_n, S_{n+2} 是否成等差数列.



(1)学生会用等比数列前 n 项和公式求解,

但用 $S_3 = \frac{a_1(1-q^3)}{1-q}$ 会遇到两个问题:一是

讨论 q 是否为 1,二是必须要掌握立方差公式.若能利用 $S_3 - S_2 = a_3 = a_1 q^2$,结合 $S_2 = a_1 + a_2 = a_1 + a_1 q$,就易求得 $a_n = (-2)^n$.

(2)由(1)可得 $S_n = -\frac{2}{3} - \frac{(-2)^{n+1}}{3}$,在判断 S_{n+1}, S_n, S_{n+2} 是否成等差数列中,学生常规的思路是



判断 $S_{n+1} + S_{n+2} - 2S_n$ 是否为 0, 但此法在本题求解中运算量大, 若对 a_n 与 S_n 的关系进行拓展思考, 即 $S_{n+2} - S_n = a_{n+2} + a_{n+1} = (-2)^{n+2} + (-2)^{n+1} = -(-2)^{n+1}$, $S_n - S_{n+1} = -a_{n+1} = -(-2)^{n+1}$, 问题就能较轻松地得到解决.

本题利用 a_n 与 S_n 的关系把前 n 项和问题转化为通项问题, 可以有效减少解答时间. 在教学中, 教师要与学生一起对公式、定理、结论进行思考与探究, 只有理解它们的来龙去脉, 才能更有效地提高教学效果, 促进学生思维能力的发展.

例 2 (2015 年全国卷 II) 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1 = -1, a_{n+1} = S_n S_{n+1}$, 则 $S_n =$ _____.

解析 本题若沿用常规思路构造 $a_n = S_{n-1} S_n$, 再与原式联立求解就走入了“歧途”, 需换个角度去思考, 即将 a_{n+1} 用 $S_{n+1} - S_n$ 表示, 易得 $S_{n+1} - S_n = S_{n+1} S_n$, 两边同时除以 $S_{n+1} S_n$, 得 $\frac{1}{S_{n+1}} - \frac{1}{S_n} = -1$, 故 $\{\frac{1}{S_n}\}$ 是首项为 -1 , 公差为 -1 的等差数列, 从而可得 $S_n = -\frac{1}{n}$.

通常由 S_n 求 a_n 学生掌握得都比较扎实, 但对公式的逆用常常不能灵活处理, 在教学中要培养学生的转化意识, 即在解题中结合条件和所求结论来确定是向 a_n 方向转化还是向 S_n 方向转化.

例 3 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \dots + (2n-1)a_n = 2n$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

解析 设 $b_n = (2n-1)a_n$, 即由 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2n$ 可求得 $b_n = 2$, 从而得到 $a_n = \frac{2}{2n-1}$.

这就变为由 S_n 求 a_n 的典型考法, 学生要透过“伪装”抓住知识的本质, 即对若干项有规律的数相加的本质就是一个数列的前 n 项和.

3 加强对函数与方程思想的渗透

在数列的教学中我们非常注重方法的讲解, 如求通项的方法、求前 n 项和的方法, 学生对这些方法的解题“套路”很熟悉, 但有时对数列中蕴含的函数与方程思想理解不透彻导致解题思路不畅.

1) 加强对函数思想的渗透

教材中, 已经把等差数列和等比数列的通项公式分别与一次函数和指数型函数建立了联系, 同时, 把等差数列的前 n 项和公式与二次函数建立了联系. 在教学中要加强学生掌握公式形式与函数性质(如单调性)之间的联系, 并能灵活加以运用.

例 4 (2013 年全国卷 II) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_{10} = 0, S_{15} = 25$, 则 nS_n 的最小值为 _____.

解析 由等差数列前 n 项和公式得 $nS_n = \frac{1}{3}n^3 - \frac{10}{3}n^2$, 构造函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{10}{3}x^2$, 求导分析得 $0 < x < \frac{20}{3}, f(x)$ 单调递减; $x > \frac{20}{3}, f(x)$ 单调递增, 但 $n \in \mathbf{N}^*$, 所以需要求 $x=6$ 和 $x=7$ 时 $f(x)$ 的值, 再比较大小, 易知, 当 $x=7$ 时取得最小值 -49 .

通过此题, 可以深刻感受到数列是一类特殊函数的含义, 是对函数思想的提升运用.

2) 加强对方程思想的教学

数列教学中离不开 a_1, a_n, n, d (或 q), S_n 这五个基本量, 由它们构成的方程往往涉及多个变量, 即要列出多元方程(组), 由此在教学过程中需加强如何列方程以及对其化简、变形、代换等训练.

例 5 等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n . 已知 $a_{m-1} + a_{m+1} - a_m^2 = 0, S_{2m-1} = 38$, 则 $m =$ _____.

解析 本题涉及通项、前 n 项和、项数 m 三个量, 但方程只有两个, 故需从等差数列这一条件寻求突破, 再找到一个方程或整体代换解出 m .

方法 1 利用通项公式得 $a_1 + (m-2)d + a_1 + md = [a_1 + (m-1)d]^2$, 整理得

$$2[a_1 + (m-1)d] = [a_1 + (m-1)d]^2,$$

即 $a_1 + (m-1)d = 0$ 或 $a_1 + (m-1)d = 2$, 又

$$S_{2m-1} = (2m-1)a_1 + \frac{(2m-1)(2m-2)}{2}d =$$

$$(2m-1)[a_1 + (m-1)d] = 38,$$

所以 $2m-1 = 19, m = 10$.

方法 2 由等差中项得 $a_{m-1} + a_{m+1} = 2a_m$, 所以 $2a_m = a_m^2, a_m = 0$ 或 $a_m = 2$, 当 $a_m = 0$ 时, $S_{2m-1} = 0$ 不成立; 当 $a_m = 2$ 时, 由 $S_{2m-1} = \frac{(2m-1)(a_1 + a_{2m-1})}{2} = (2m-1)a_m = 38$, 得 $m = 10$.

数列作为高考的必考点, 常以基础题、中档题为主, 但在解题过程中学生常常出现会而不对的情况, 不怕难题不会就怕常规题不对, 笔者认为教学中要从公式的产生、推导、延展等入手, 以渗透数学思想方法为主, 不断提高学生的数学能力.

(本文系三明市基础教育科学研究 2019 年市级立项课题“高中数学核心素养背景下问题导向课堂教学研究”(编号: JYKT-19077)研究成果.)

(作者单位: 福建省宁化第一中学)