

省级教育权威期刊

中国学术期刊网络出版总库全文收录期刊
中国学术期刊综合评价数据库 (CAJCED) 统计源期刊
CNKI 中国知网 (中国期刊网) 全文收录期刊
《中国核心期刊 (遴选) 数据库》收录期刊

高考

UNIVERSITY ENTRANCE EXAMINATION

国际标准刊号 ISSN 1673-6265
国内统一刊号 CN22-1372/G4

ISSN 1673-6265



柏林自由大学
定价：20元

2020
JAN 01
总第375期 下旬刊

高中数学立体几何的解题技巧分析与探讨	潘华琼	142
新高考背景下物理学科核心素养在教学中的实践初探	阮胜利	143
基于学情建模固模——基于大数据分析的高三政治总复习讲评课模型建构	邵晏	144
“思维导图”在高三《经济生活》复习中的运用	田存花	145
高考试理化学试题特点对高中化学学习的启示	王正文	146
高中生的数学解题思路来源：基于一题多解的视角	巫瑶 汤强	147
关于全国卷高考古诗词鉴赏命题探析及复习策略的思考	吴若荔	148
新高考模式下高三数学慢教育的实践与思考	徐东辉	149
浅谈新高考下如何提高高中生课堂学习效率	袁鹏	150
基于核心素养下的“导数应用抽象函数题”的解法浅析	张大栋	151
分析数学思想方法的高三专题复习——以运用圆锥曲线的定义解题为例	赵新星	152
把握守恒规律，比较平衡相对强弱——浅谈变化观念与平衡思想下溶液中的微粒浓度大小复习	周纪贤	153
素质教育		
如何在高中政治教学中有效发展学生核心素养	安秀芳	155
核心素养时代思想政治课深度教学初探	陈鹭	156
谈高中语文教学中渗透传统文化对学生美育的影响	邓彦英	157
高中数学教学中提高学生素质的路径	樊扬扬	158
基于核心素养的高中生物教学有效性的价值取向分析	何天权	159
高中化学课堂教学中培养学生的核心素养	何章斌	160
高中历史教学中文学史料的应用与解读	黄晓芹	161
高中语文早读课不该褪色	霍艳玮	162
核心素养下高中政治课堂活动的构建策略	江婷	163
核心素养视域下对高中历史课堂教学的重构与创新	巨晓燕	164
高中政治教学渗透立德树人理念的实践研究	康尚荣	165
高中语文教学过程中如何实现传统文化的渗透	姚振强	166
高中生物教学德育渗透问题的实施策略	于明海	167
高中历史教学中史料实证素养的培养研究	周宇	168
高中物理核心素养的内涵与培养途径研究	朱孝雷	169
创客教育背景下通用技术教学开展的新思路	何国安	170

学科教育

从认知到建构：高中生物 DNA 双螺旋结构“模型”教学策略探析	陈德坤	172
高中物理力学题中的受力分析方法研究	许剑敏	173
简析如何在数学教学中实施情感教育	才让吉	175
简析数学教学中学生数学核心素养的培养策略	才让卓玛	176
高中数学知识在日常经济生活中的应用思考	曹光荣	177
项目学习在高中化学教学中运用的实践研究	陈新平	178
生物教材中“课外探究”的认识研究	孔青	179
团体动力学在亲子阅读中的应用探讨	李杜琴 李彦银	180
借助生活化教学构建地理智慧课堂	李杰平	181
化学教学中学生物质微粒观的培养	李新春	182
GeoGebra 软件与高中数学空间向量教学整合的研究	林道团	183
高中数学奥林匹克竞赛教学理论与策略研究	鲁伟阳	184
基于核心素养下高中政治高效课堂的构建探究	马智旭	185
基于模型认知的高中化学教学实践研究	王淑霞	186
高中生物教学德育渗透问题的实施策略	于明海	187
地理实践力的开发模式	陆益清	188

艺术与体育教育

因地制宜开展足球教学探析	陈燕	190
在北京萌芽，在宁德滋养——“爱不变，应万变”	李佳妮	191
分层式教学方式在高中体育教育中的应用路径探索	李梅红	192
美术课欣赏教学策略探讨	林慧意	193
高中体育教学改革研究	田江龙	194

职教研究

基于教材的职高语文课外深度微阅读例谈	刘巧云	195
探根溯源，化腐为奇——职业高中教学中存在的问题及应对策略	马海燕	196
谈谈在职业院校语文教学中实施情感教育的策略	丘键英	197
现代学徒制在职业《CAXA 数控软件》教学中的应用	余晓华 陈晖	198

基于核心素养下的“导数应用抽象函数题”的解法浅析

高
考

福建省宁化第一中学 张天栋

摘要: 导函数的性质及其应用是高中数学教学的重要内容, 而其中抽象函数题往往跟导函数的性质及不等式联系在一起, 新高考特别重视核心素养的考查, 抽象函数题恰恰体现数学的核心素养。

关键词: 抽象函数; 解题

《课程标准(2017年版)》规定高中数学的课程目标: 学习数学和应用数学的过程中, 学生能发展数学核心素养。过高中数学课程的学习树立敢于质疑、善于思考的科学精神, 不断提高实践能力、提升创新意识。教育家波利亚说过: 懂数学就意味着要善于解题。因为抽象函数没有解析式可用, 使得有些同学束手无策, 本文通过具体例题来解释如求解“导数应用抽象函数题”。进而展示数学知识的应用、学解法的多样性。

例一: $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的非负可导函数, 满足 $xf'(x) + f(x) \leq 0$, 对任意正数 a, b , 若 $a < b$, 则必有 ()

- A. $af(b) \leq bf(a)$ B. $bf(a) \leq af(b)$
C. $af(a) \leq f(b)$ D. $bf(b) \leq f(a)$

解法一(构造函数法): 考虑到选项的结构特征: ① 不等式两边的对称性; ② 不等式的基本性质的利用即把原不等式转化成 $\frac{f(b)}{b}, \frac{f(a)}{a}$ 大小的比较。从而想到构造函数

$y = \frac{f(x)}{x}$ 并利用函数的单调性解题:

解: $\because f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的非负可导函数, $\therefore f(x) \geq 0, \therefore xf'(x) + f(x) \leq 0, \therefore xf'(x) \leq -f(x), \therefore (\frac{f(x)}{x})' = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} \leq \frac{-2f(x)}{x^2} \leq 0$ 则函数 $\frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递减的, 由于 $0 < a < b$, 则 $\frac{f(a)}{a} \geq \frac{f(b)}{b}$. 故选 A.

解法二(相关函数法): 考虑已知条件“ $xf'(x) + f(x) \leq 0$ ”的结构特征: 某一积函数的导数。从而引入函数 $F(x) = xf(x)$ 。

解: 设 $F(x) = xf(x)$, 则 $F'(x) = xf'(x) + f(x), \therefore xf'(x) + f(x) \leq 0, \therefore F'(x) \leq 0$ 即 $F(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 为减函数, $\therefore af(a) \geq bf(b) > 0 \therefore f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的非负可导函数, $\therefore f(x) \geq 0, \therefore 0 < a < b, \therefore bf(a) \geq af(a), bf(b) \geq af(b)$, 即 $af(b) \leq bf(a)$ 。

解法三(函数性质法): 直接从已知条件“ $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的非负可导函数”联想到函数 $f(x)$ 的导数与其单调性的关系。

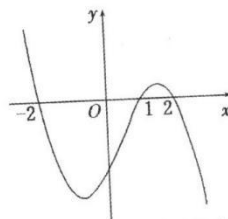
解: $\because f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的非负可导函数, $\therefore f(x) \geq 0, \therefore xf'(x) + f(x) \leq 0, \therefore xf'(x) \leq 0, \therefore f'(x) \leq 0, \therefore f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的减函数, $\therefore 0 < a < b, \therefore f(a) \geq f(b) \geq 0$, 再根据不等式的基本性质得到 $af(b) \leq bf(a)$ 。

解法四(特殊值(式)法): 合理赋值, 化抽象为具体。
解: 由(解法三)可知, 故可设一常见函数 $f(x) = x^{-2}$

, $\therefore f'(x) = -2x^{-3} < 0$, 满足 $xf'(x) + f(x) \leq 0, \therefore 0 < a < b$, 显然有 $f(a) \geq f(b) \geq 0$, 再根据不等式的基本性质得到 $af(b) \leq bf(a)$ 。

由题感悟: 对于导数应用中的抽象函数问题, 主要是以函数的单调性与导函数正负关系为背景, 以考查考生的知识迁移、整合能力, 推理论证能力, 运算求解能力。

例二: 设函数 $f(x)$ 在 R 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且函数 $y = (1-x)f'(x)$ 的图象如图所示, 则下列结论中一定成立的是 ()



- (A) 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(2)$ 和极小值 $f(1)$
(B) 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-2)$ 和极小值 $f(1)$
(C) 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(2)$ 和极小值 $f(-2)$
(D) 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-2)$ 和极小值 $f(2)$

解析(数形结合法): 数形结合的思想, 其实质是将抽象的数学语言与直观的图像结合起来。本题函数 $f(x)$ 为抽象函数, 没有具体的解析式, 因此只能通过判断其导函数 $f'(x)$ 的正负情况来确定函数 $f(x)$ 的单调性, 再结合极值的定义来得出函数 $f(x)$ 的极值。

解: 由图象可知, 当 $x < -2$ 时, $y > 0, 1-x > 0$ 所以 $f'(x) > 0$; 当 $x = -2$ 时, $y = 0, 1-x > 0$ 所以 $f'(x) = 0$; 当 $-2 < x < 1$ 时, $y < 0, 1-x > 0$ 所以 $f'(x) < 0$;

当 $x = 1$ 时, $y = 0, 1-x < 0$ 所以 $f'(x) = 0$; 当 $1 < x < 2$ 时, $y > 0, 1-x < 0$ 所以 $f'(x) < 0$; 当 $x = 2$ 时, $y = 0, 1-x < 0$ 所以 $f'(x) = 0$; 当 $x > 2$ 时, $y < 0, 1-x < 0$ 所以 $f'(x) > 0$ 所以函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-2)$ 和极小值 $f(2)$, 故选 D.

抽象函数问题具有很强的开放性与创新性, 难度较大, 可以很好地考查学生的核心素养。解题后要引导学生细细体会解题过程中的思维轨迹, 培养他们良好的思维品质。

二〇二〇年一月(下旬)

· 考试研究 ·