

中华人民共和国教育部 主管  
北京师范大学 主办  
北京师范大学出版集团 承办



2019 · 09

下半月刊 总第312期

教育部优秀科技期刊  
教育类中文核心期刊(2000年版)

# 高中数理化

卢嘉锡题



邮发代号：82-656



高中数学教学中变式教学的应用研究  
新课程下结合高考谈数学复习策略  
例谈物理力学综合题的处理  
高中物理核心素养的内涵及培养方式研究  
高中化学工艺流程题解题技巧分析  
高考化学选考题试题类型及解题方法

# 高中数理化


2019/09 下 (总第 312 期)

中华人民共和国教育部 主管  
北京师范大学 主办  
北京师范大学出版集团 承办

编委会委员 (以姓氏笔画为序)  
丁益祥 刘文彪 陈浩元 陈 雄  
张 鹤 郑克强 孟卫东

北京师范大学出版集团期刊社  
社 长: 姜 钰  
副 社 长: 曹 巍 陈 雄  
综合办公室: 谭苗苗 翟冰冰 颜贺华

《高中数理化》杂志  
主 编: 刘文彪  
编辑部主任: 范 林  
编 辑 部: 曾慧楠 李彦玲 于亚娜  
出 版 社: 北京师范大学出版社  
(集团)有限公司  
编 辑: 《高中数理化》编辑部  
地 址: 北京师范大学科技楼 A 区 220 室  
电 话: 010-58807851  
网 址: www.51gaokao.cn  
投稿邮箱: tougao2006@sina.com(上半月)  
gzslh2010@163.com(下半月)  
刊 号: CN 11-3866/G4  
ISSN 1007-8312

国内总发行: 北京报刊发行局  
邮发代号: 82-656  
订 阅 处: 全国各地邮局  
出刊日期: 上半月每月 1 日  
下半月每月 15 日  
定 价: 12.00 元/期  
开 户 名 称: 北京师范大学出版社(集团)  
有限公司  
开 户 行: 北京农村商业银行北太平庄支行  
账 号: 1705000103000008445  
印 刷: 北京京师印务有限公司  
网络合作伙伴  新浪考试  
edu.sina.com.cn

中国人民大学“复印报刊资料”重要转载来源期刊  
《中国期刊网》《中国学术期刊》(光盘版)全文收录期刊  
中国学术期刊综合评价数据库来源期刊  
万方数据—数字化期刊群收录期刊  
超星期刊域出版平台收录期刊

## 目 次



### 专栏

#### ·高考风向标

三观正,其志必达——2020 年高考数学备考拙见/张天祯 1



### 知识·方法

#### ·名师工作坊

简论三次函数单调性的定义证法/王慧兴 3

#### ·学海导航

“解题差异论”在解三角问题中的应用/魏 扬 5

探究三角函数在解题中的应用/吴欣涛 7

如何求解不等式恒成立时参数的取值范围问题/袁渝航 8

求双曲线方程的基本方法/郭冬梅 9

三角形内角平分线定理在圆锥曲线中的应用/秦桂芳 10

高考中随处可见的导数应用/吕静珊 闫丽平 11

例谈“分段函数”中的参数范围问题/陈文娟 13

高中物理力学解题方法分析/谢美秀 34

利用对称性快速求解物理问题/刘 颖 36

思维有序、复习有法——谈元素及其化合物复习方法/周明昌 57

高考化学中的开放型试题分析及解题策略/李荣娟 58

#### ·点点突破

一道高考试题的延伸——对卫星轨道交点位置的探讨/胡 胜 37

例谈物理力学综合题的处理/逯兵林 38

科学思维向下的高考物理概念选择题解法初探/张忠献 40

浅谈高中物理力学中动态平衡问题的解决方法/李 婷 41

高考化学选考题试题类型及解题方法/郭艳涛 62

#### ·技巧聚焦

动与静的舞动——一道立体几何轨迹问题的多解探究/白维亮 14

高中数学不等式解题难点及策略探究/张小刚 15

解三角形方法探讨——作图法/杨文福 16

“对数函数”考点分析/杜得胜 17

一道北京大学自主招生题的破解策略/赖国强 18

核心素养之数学抽象在高中教学过程中的落实/罗友菊 19

浅谈“特殊值法”在不等式选择题中的应用/王亚萍 20

一道三元最值问题的破解之路/魏文涛 22

关注“比较大小”的常用方法/李爱美 23

一道解三角形试题的多解探究/柴瑞娟 24

实数比较大小常用的基本方法与策略/保国平 25

信息型化学方程式的书写技巧/黄海波 59

高中化学守恒法的运用技巧/赵进忠 60





# 一道北京大学自主招生题的破解策略

◇ 福建 赖国强

常值数列是一类特殊的数列,此数列中各项的值都相等.利用常值数列的性质来处理问题,往往会有奇效.但在一些数列问题中,常值数列的特征不明显,要通过合理的变形与转化才能配凑出常值数列,本文以一道自主招生题为例,进行分析.

## 1 问题呈现

**题目** 设数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=2\ 019$ ,前 $n$ 项和 $S_n=n^2a_n$ ,则 $a_{2\ 018}$ 的值为( ).

- A  $\frac{1}{2\ 019}$ ;      B  $\frac{1}{2\ 018}$ ;  
C  $\frac{1}{1\ 009}$ ;      D 前三个答案都不对

此题以常规的设问方式给出,即通过数列的首项、通项 $a_n$ 与前 $n$ 项和 $S_n$ 的关系式,求相关项的值,利用累乘法或常值数列法来解决问题.

## 2 问题破解

### 2.1 通项公式转化

**解法 1 累乘法.**

由 $S_n=n^2a_n$ ,可得 $S_{n+1}=(n+1)^2a_{n+1}$ ,两式对应相减,可得 $S_{n+1}-S_n=(n+1)^2a_{n+1}-n^2a_n$ ,即 $a_{n+1}=(n+1)^2a_{n+1}-n^2a_n$ ,整理可得 $(n+2)a_{n+1}=na_n$ ,从而 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n}{n+2}$ ,那么 $a_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}\cdot\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_3}{a_2}\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot a_1=\frac{n-1}{n+1}\cdot\frac{n-2}{n}\cdot\cdots\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot a_1=\frac{2a_1}{(n+1)n}$ ,所以 $a_{2\ 018}=\frac{2a_1}{2\ 019\times 2\ 018}=\frac{2\times 2\ 019}{2\ 019\times 2\ 018}=\frac{1}{1\ 009}$ ,故选 C.

**解法 2 常值数列法.**

由解法 1 可知 $(n+2)a_{n+1}=na_n$ ,从而 $(n+2)(n+1)a_{n+1}=(n+1)na_n$ ,可知数列 $\{(n+1)na_n\}$ 是一个常数列,则有 $(n+1)na_n=2\times 1\times a_1$ ,即 $a_n=\frac{2a_1}{(n+1)n}$ ,所以 $a_{2\ 018}=\frac{2a_1}{2\ 019\times 2\ 018}=\frac{2\times 2\ 019}{2\ 019\times 2\ 018}=\frac{1}{1\ 009}$ ,故选 C.

**点评** 根据题目条件进行消元,把涉及通项 $a_n$ 与前 $n$ 项和 $S_n$ 的关系式转化为只含有通项 $a_n$ 的关系式 $(n+2)a_{n+1}=na_n$ ,解法 1 借助关系式的变形,利用累乘法来确定通项 $a_n$ ;解法 2 借助配凑思维,合

理添加系数 $n+1$ ,即 $(n+2)(n+1)a_{n+1}=(n+1)na_n$ ,从而利用常值数列法确定通项 $a_n$ .

### 2.2 前 $n$ 项和公式转化

**解法 3 累乘法.**

**解析** 由 $S_n=n^2a_n$ ,可得 $S_n=n^2(S_n-S_{n-1})$ ,整理可得 $(n^2-1)S_n=n^2S_{n-1}$ ,即 $\frac{S_n}{S_{n-1}}=\frac{n^2}{n^2-1}$ ,那么 $S_n=\frac{S_n}{S_{n-1}}\cdot\frac{S_{n-1}}{S_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{S_3}{S_2}\cdot\frac{S_2}{S_1}\cdot S_1=\frac{n^2}{n^2-1}\cdot\frac{(n-1)^2}{(n-1)^2-1}\cdot\cdots\cdot\frac{3^2}{3^2-1}\cdot\frac{2^2}{2^2-1}\cdot a_1=\frac{2na_1}{n+1}$ ,而 $S_n=n^2a_n$ ,则有 $S_n=n^2a_n=\frac{2na_1}{n+1}$ ,即 $a_n=\frac{2a_1}{(n+1)n}$ ,所以 $a_{2\ 018}=\frac{2a_1}{2\ 019\times 2\ 018}=\frac{2\times 2\ 019}{2\ 019\times 2\ 018}=\frac{1}{1\ 009}$ ,故选 C.

**解法 4 常值数列法.**

**解析** 由解法 3 可知 $S_n=n^2(S_n-S_{n-1})$ , $n\geq 2$ ,整理可得 $(n^2-1)S_n=n^2S_{n-1}$ , $n\geq 2$ ,即 $\frac{n+1}{n}S_n=\frac{n}{n-1}S_{n-1}$ ,故可知数列 $\{\frac{n+1}{n}S_n\}$ 是一个常数列,则有 $\frac{n+1}{n}S_n=\frac{2}{1}S_1=2a_1$ ,即 $S_n=\frac{2na_1}{n+1}$ ,而 $S_n=n^2a_n$ ,则有 $S_n=n^2a_n=\frac{2na_1}{n+1}$ ,即 $a_n=\frac{2a_1}{(n+1)n}$ ,所以 $a_{2\ 018}=\frac{2a_1}{2\ 019\times 2\ 018}=\frac{2\times 2\ 019}{2\ 019\times 2\ 018}=\frac{1}{1\ 009}$ ,故选 C.

**点评** 根据题目条件进行消元,把涉及通项 $a_n$ 与前 $n$ 项和 $S_n$ 的关系式转化为只含有前 $n$ 项和 $S_n$ 的关系式 $(n^2-1)S_n=n^2S_{n-1}$ ,解法 3 借助 $\frac{S_n}{S_{n-1}}=\frac{n^2}{n^2-1}$ ,利用累乘法来确定前 $n$ 项和 $S_n$ ,从而求得通项 $a_n$ ;解法 4 借助转化思维,合理转化得到恒等式 $\frac{n+1}{n}S_n=\frac{n}{n-1}S_{n-1}$ ,利用常值数列法来确定前 $n$ 项和 $S_n$ ,再结合题目条件求得通项 $a_n$ .

## 3 变式拓展

**变式 1** 设数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=2\ 019$ ,前 $n$ 项和 $S_n=n^2a_n$ ,则数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n=$ \_\_\_\_\_.

**变式 2** 设数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=2\ 019$ ,前 $n$ 项和 $S_n=n^2a_n$ ,则数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n=$ \_\_\_\_\_.

在破解一些数列问题时,需要对题目中已知条件进行变形、转化与推导,有时还要通过合理配凑等技巧导出相应的常值数列,利用常值数列的特征性质进行解题,往往能出奇制胜,快速破解.

(作者单位:福建省宁化第一中学)